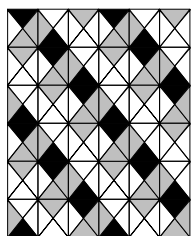


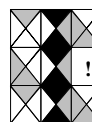
PROBLEMY NIEROZSTRZYGALNE

Przykład - problem domina

Czy podanym zestawem kafelków można pokryć dowolny płaski obszar zachowując odpowiedniość kolorów na styku kafelków? (dysponujemy nieograniczoną liczbą kafelków w każdym z rodzajów, ale ich zestaw jest zadany)



Dla zestawu 1. - TAK



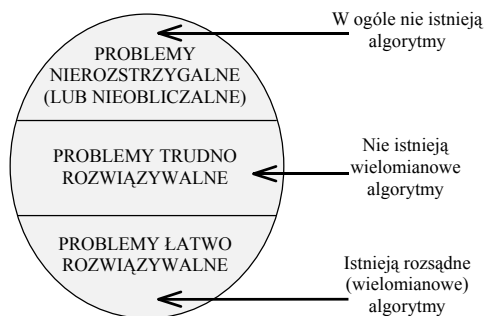
Dla zestawu 2. - NIE

Twierdzenie

Dla każdego algorytmu (zapisanego w dającym się efektywnie wykonać języku programowania), który byłby przeznaczony do rozstrzygnięcia problemu domina, istnieje nieskończenie wiele dopuszczalnych zestawów danych wejściowych, dla których algorytm ten będzie działał w nieskończoność lub poda błędną odpowiedź.

Wniosek

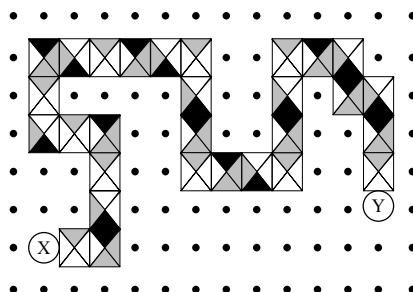
Problem domina jest problemem **nierozstrzygalnym**



- nieograniczoność liczby przypadków do sprawdzenia nie jest dostatecznym warunkiem nierozstrzygalności problemu!
- jeśli nierozstrzygalność się pojawia, to wynika z natury problemu i jest często sprzeczna z intuicją

Przykład - problem węza domino

Czy dysponując skończonym zbiorem typów kafelków można połączyć dwa dane punkty nieskończonej siatki całkowitoliczbowej „węzem domino”?



Jeżeli postawimy problem „węza domino” na pewnym obszarze R , to:

- dla R ograniczonego problem jest oczywiście rozstrzygalny
- dla R będącego całą płaszczyzną problem jest **rozstrzygalny**
- dla R będącego półpłaszczyzną problem jest **nierozstrzygalny**

Przykład - problem odpowiedniości słów

Dane są dwa równoliczne zestawy słów: (X_1, X_2, \dots, X_N) i (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)

Wszystkie słowa w obu zestawach składają się z liter tego samego alfabetu.

Czy możliwe jest złożenie tego samego słowa przez wybieranie w tej samej kolejności słów (być może z powtórzeniami) równoległe z obu zestawów?

Dla danych:

	1	2	3	4	5
zestaw X	abb	a	bab	baba	aba
zestaw Y	bbab	aa	ab	aa	a

Odp.: TAK, bo kolejność 2, 1, 1, 4, 1,5 daje dla obu zestawów *aabbabbabaabbaba*,
ale dla danych:

	1	2	3	4	5
zestaw X	bb	a	bab	baba	aba
zestaw Y	bab	aa	ab	aa	a

Odp.: NIE.

Problem odpowiedniości słów jest **nierozstrzygalny**.

Po zdjęciu ograniczenia, że dla obu zestawów słowa muszą być wybierane w tej samej kolejności problem staje się nie tylko rozstrzygalny, ale w dodatku łatwo rozwiązywalny!

Kolejność 3, 2, 2 dla zestawu X i kolejność 1, 2 dla zestawu Y daje słowo *babaa*

Równoważność składniowa języków programowania

Czy reguły składniowe jednego języka są równoważne regułom drugiego, tzn. definiują tę samą klasę instrukcji lub programów?

Problem równoważności składniowej jest **nierozstrzygalny** (jako zadanie algorytmiczne).

Problem stopu w algorytmie

Mając jako dane wejściowe tekst poprawnego programu zapisanego w pewnym języku, sprawdzić (tzn. zbudować algorytm, który by sprawdzał), czy program zatrzyma się dla pewnych dopuszczalnych dla niego danych.

$X \in N$

Algorytm 1

1. dopóki $X \neq 1$ wykonuj $X \leftarrow X - 2$
2. zatrzymaj obliczenia

- algorytm zatrzymuje się dla X nieparzystych
- nie zatrzymuje się dla X parzystych

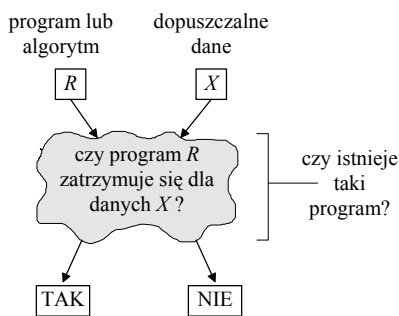
Algorytm 2

1. dopóki $X \neq 1$ wykonuj:
 - 1.1. dla X parzystego $X \leftarrow X / 2$
 - 1.2. dla X nieparzystego $X \leftarrow 3 \cdot X + 1$
2. zatrzymaj obliczenia

- dla wszystkich sprawdzanych liczb algorytm zatrzymywał się
- nie udowodniono, że zatrzymuje się dla dowolnej liczby naturalnej

np. dla $X = 7$ generuje ciąg wartości:

7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1



Problem stopu:

. Problem stopu jest **nierozstrzygalny**.

Przykład - problem okresowego domina

Czy podanym zestawem kafelków można pokryć dowolny płaski obszar zachowując odpowiedniość kolorów na styku kafelków oraz wykorzystując jeden wskazany kafelek nieskończenie wiele razy?

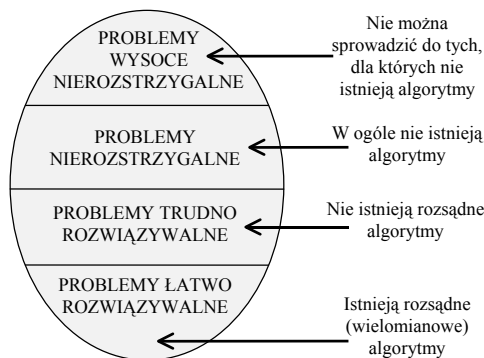
Problem okresowego domina jest **wysoce nierozstrzygalny** (tzn. zadanie sprowadzenia go do problemu nierozstrzygalnego jest samo w sobie nierozstrzygalne)

Odmiany problemu domina:

Czy podanym zestawem kafelków można pokryć obszar T zachowując odpowiedniość kolorów na styku kafelków?

- $T =$ prostokąt $C \times N$ (tzw. problem ograniczony ze stałą szerokością)
- $T =$ kwadrat $N \times N$ (tzw. problem ograniczony)
- T jest nieskończony (tzw. problem nieograniczony)
- T jest nieskończony i wskazany kafelek ma się powtórzyć nieskończenie wiele razy (tzw. problem okresowy)

Rodzaj problemu domina	Status algorytmiczny
ograniczony ze stałą szerokością	łatwo rozwiązywalny
ograniczony	trudno rozwiązywalny
nieograniczony	nierozstrzygalny
okresowy	wysoce nierozstrzygalny



Klasy problemów algorytmicznych

